

Using a calculator, we find that A has three distinct eigenvalues, $\lambda = 3, 2, -1$, with $\lambda = 2$ having algebraic multiplicity two, $\langle \text{algmult} | A | 2 \rangle = 2$. The eigenvalues $\lambda = 3, -1$ have algebraic multiplicity one, and so by $\langle \text{acronymref} | \text{theorem} | \text{ME} \rangle$ we can conclude that their geometric multiplicities are one as well. Together with the computation of the geometric multiplicity of $\lambda = 2$ from $\langle \text{acronymref} | \text{exercise} | \text{EE.C20} \rangle$, we know

usando una calculadora, encontramos que A tiene tres eigenvalores distintos, $=3, 2, -1$, con $=2$ teniendo multiplicidad algebraica dos. Los eigenvalores $=3, -1$, tienen multiplicidad uno y así podemos concluir que su multiplicidad geométrica son uno también. Junto con la computación de la multiplicidad geométrica de $=2$ de $\langle \text{acronymref} | \text{exercise} | \text{EE.C20} \rangle$, sabemos

$$\gamma_A(3) = \alpha_A(3) = 1 \quad \gamma_A(2) = \alpha_A(2) = 2 \quad \gamma_A(-1) = \alpha_A(-1) = 1$$

This satisfies the hypotheses of $\langle \text{acronymref} | \text{theorem} | \text{DMFE} \rangle$, and so we can conclude that A is diagonalizable. A calculator will give us four eigenvectors of A , the two for $\lambda = 2$ being linearly independent presumably. Or, by hand, we could find basis vectors for the three eigenspaces. For $\lambda = 3, -1$ the eigenspaces have dimension one, and so any eigenvector for these eigenvalues will be multiples of the ones we use below. For $\lambda = 2$ there are many different bases for the eigenspace, so your answer could vary. Our eigenvectors are the basis vectors we would have obtained if we had actually constructed a basis in $\langle \text{acronymref} | \text{exercise} | \text{EE.C20} \rangle$ rather than just computing the dimension. By the construction in the proof of $\langle \text{acronymref} | \text{theorem} | \text{DC} \rangle$, the required matrix S has columns that are four linearly independent eigenvectors of A and the diagonal matrix has the eigenvalues on the diagonal (in the same order as the eigenvectors in S). Here are the pieces, “doing” the diagonalization,

Esto satisface la hipótesis de $\langle \text{acronymref} | \text{theorem} | \text{DMFE} \rangle$, y podemos concluir que A es diagonalizable. una calculadora nos dará cuatro vectores propios de A , los dos para $\lambda = 2$ siendo presumiblemente linealmente independientes. O a mano podemos encontrar los vectores base para los 3 espacios propios. Para $\lambda = 3, -1$ los espacios propios tienen dimension uno, y así cualquier vector propio para estos valores propios serán múltiplos de los usados en el ejemplo Para $\lambda = 2$ hay diferentes bases para los espacios propios, entonces la respuesta puede variar. Nuestros vectores propios, son los vectores bases que obtendríamos si hubiéramos construido una base en $\langle \text{acronymref} | \text{exercise} | \text{EE.C20} \rangle$ en vez de solamente computar una dimensión. Por la construcción de la prueba $\langle \text{acronymref} | \text{theorem} | \text{DC} \rangle$, la matriz requerida S tiene columnas que son cuatro valores propios linealmente independientes de A y la matriz diagonal tiene los valores propios en la diagonal (en el mismo orden de los valores propios de S).

Aquí están las piezas, haciendo la diagonalización,

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 & 6 \\ -2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 18 & -15 & 33 & -15 \\ -4 & 8 & -6 & 6 \\ -9 & 9 & -16 & 9 \\ 5 & -6 & 9 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 & 6 \\ -2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$